2. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

2.1. Краткие теоретические сведения

Основными уравнениями, позволяющими решать простейшие задачи о движении идеальной жидкости, являются уравнение расхода и уравнение Бернулли.

Уравнение расхода представляет собой условие неразрывности (сплошности) потока несжимаемой жидкости или, что то же самое, равенство объемных расходов в каких-то двух поперечных сечениях одного и того же потока, например *1* и *2,* т. е. $Q_1 = Q_2$ или $V_1 S_1 = V_2 S_2$. Отсюда следует, что

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1}, \qquad (2.1)$$

т. е. скорости обратно пропорциональны площадям поперечных сечений потоков. При этом предполагается, что скорость во всех точках данного сечения одинакова.

Уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости выражает собой закон сохранения удельной энергии жидкости вдоль потока. Под удельной понимают энергию, отнесенную к единице веса, объема или массы жидкости. Обычно удобнее бывает относить энергию к единице веса. В этом случае уравнение Бернулли, записанное для сечений *1* и *2* элементарной струйки или потока идеальной жидкости, имеет вид

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} = H, \qquad (2.2)$$

где Z — вертикальные координаты центров тяжести сечений или удельная энергия положения;

$p/(\rho g)$ — пьезометрическая высота, или удельная энергия давления;

$V^2/(2g)$ — скоростная высота (напор) или удельная кинетическая энергия;

H — полный напор или полная удельная энергия жидкости.

Для потока реальной (вязкой) жидкости уравнение Бернулли следует писать в таком виде

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_{пот} \quad , \qquad (2.3)$$

где V — средняя по сечению скорость, равная $V = Q/S$;

α — коэффициент Кориолиса, учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечениям и равный отношению действительной кинетической энергии потока к кинетической энергии того же потока, но при равномерном распределении скоростей;

$h_{пот}$ — суммарная потеря полного напора между сечениями *1* и *2,* обусловленная вязкостью жидкости.

Потери напора зависят от режима течения, который определяется по формуле Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \frac{Vd}{\nu}, \qquad (2.4)$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости, выражаемая в $м^2/с$ или $см^2/с$=1Ст (1Ст=10^{-4} $м^2/с$).

При $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{кр}$, где $\mathrm{Re}_{кр}$=2300, режим движения - ламинарный, т. е. слоистый, без перемешивания жидкости и без пульсаций скоростей и давлений.

При $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр}$ режим течения турбулентный, т. е. с перемешиванием жидкости и с пульсациями скоростей и давлений.

2.2. Указания и примеры решения задач

При применении уравнения Бернулли важно правильно выбрать те два сечения, для которых оно записывается. В качестве сечений рекомендуется брать:

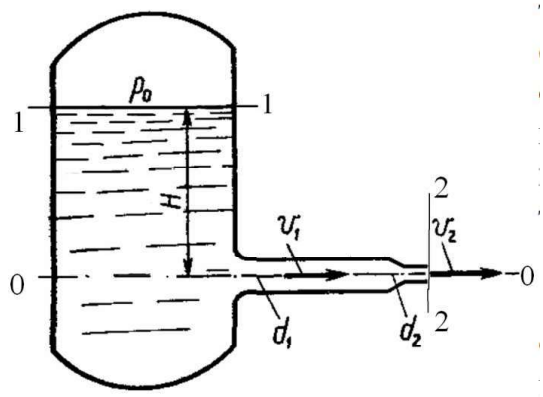
- свободную поверхность жидкости в резервуаре (баке), где $V = 0$;
- выход в атмосферу, где $p_{изб} = 0$ или $p_{абс} = p_a$;
- сечение, где присоединен тот или иной манометр, пьезометр или вакуумметр;
- неподвижный воздух вдалеке от входа в трубу, в которую происходит всасывание из атмосферы.

Уравнение Бернулли рекомендуется сначала записать в общем виде, а затем переписать с заменой его членов заданными

буквенными величинами и исключить члены, равные нулю. При этом необходимо помнить следующее:

- вертикальная ордината Z всегда отсчитывается от произвольной плоскости вверх;
- давление p, входящее в правую и левую части уравнения, должно быть задано в одной системе отсчета (абсолютной или избыточной);
- суммарная потеря напора всегда пишется в правой части уравнения Бернулли со знаком плюс.

Пример 2.1. Из напорного бака вода течет по трубе диаметром d_1 и затем вытекает в атмосферу через насадок (брандспойт) с диаметром выходного отверстия d_2. Избыточное давление воздуха в баке равно p_o; высота - H. Пренебрегая потерями энергии, определить скорости течения воды в трубе υ_1 и на выходе из насадка υ_2.



Первое сечение выбираем на свободной поверхности жидкости, а второе – на выходе из брандспойта. Плоскость сравнения пусть совпадает с осью трубы. Тогда элементы уравнения Бернулли (2.3) примут следующие значения:

$$Z_1 = H;\ Z_2 = 0;\ p_1 = p_0;\ p_2 = 0;\ V_1 = 0;\ V_2 = \upsilon_2;\ h_{\text{пот}} = 0,$$

а само уравнение – следующий вид

$$H + \frac{p_0}{\rho g} + 0 = 0 + 0 + 1 \cdot \frac{\upsilon_2}{2g} + 0 .$$

В результате простых преобразований получаем

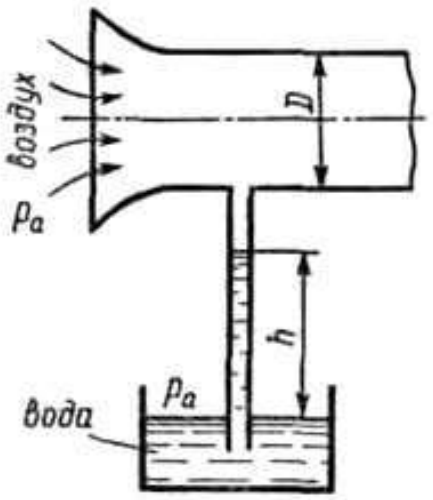
$$\upsilon_2 = \sqrt{2\left(Hg + \frac{p_0}{\rho} \right)} .$$

Скорость течения в трубе υ_1 определим из соотношения (2.1)

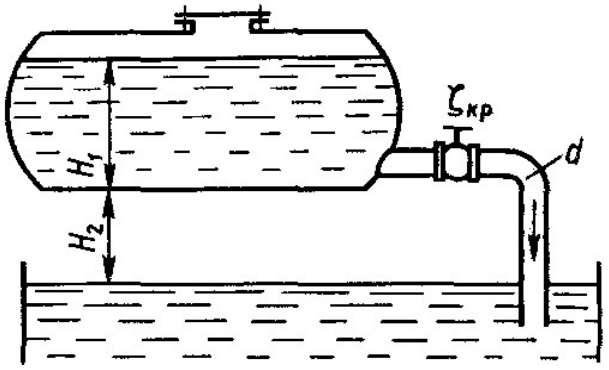
$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \frac{S_2}{S_1} = \sqrt{2\left(Hg + \frac{p_0}{\rho}\right)} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 .$$

2.3. Контрольные задачи

Задача 2.1. Определить расход воздуха по трубе с плавно закругленным входом и цилиндрической частью диаметром D, если показание вакуумметра в виде вертикальной стеклянной трубки, опущенной в сосуд с водой, равно h. Сопротивлением при движении воздуха от входной части трубы до места присоединения вакуумметра пренебречь. Плотность воздуха $\rho_{воз}$=1,25 кг/м^3.



Задача 2.2. Бензин сливается из цистерны по трубе диаметром d. Определить расход жидкости, если в верхней части цистерны имеет место вакуум $h_в$. Потерями пренебречь. Плотность бензина ρ=750 кг/м^3.



Задача 2.3 Определить расход керосина, вытекающего из бака по трубопроводу диаметром d, если избыточное давление воздуха в баке p_o; высота уровня H_0; высота подъема керосина в пьезометре, H. Потерями энергии пренебречь. Плотность керосина ρ=800кг/м^3.

Исходные данные для решения задачь 2.1 - 2.3 выбрать по табл. 2.1.

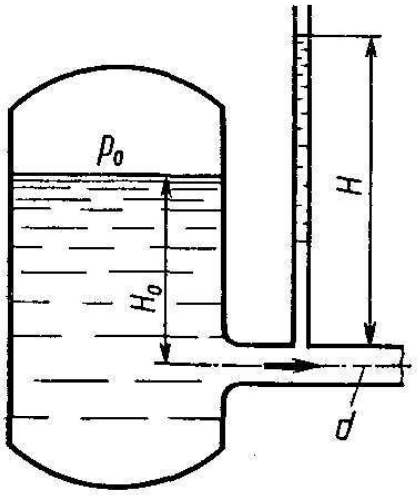


Таблица 2.1

Исходные данные для задач 2.1 - 2.3

Номер вариан-та	Задача 2.1		Задача 2.2				Задача 2.3			
	D, см	h, см	$h_в$, мм. рт.ст	H_1, м	H_2, м	d, мм	d, мм	p_0, кПа	H_0, м	H, м
1	20	25	74	1,5	1,3	50	50	16	1,0	1,75
2	25	15	70	1,6	1,0	45	55	18	1,5	2,00
3	15	35	65	1,4	0,8	40	45	14	2,0	2,25
4	30	20	60	1,7	0,6	32	40	12	2,5	2,50
5	35	12	75	1,8	0,8	55	50	10	3,0	2,75
6	40	10	80	1,9	0,7	50	60	15	3,5	3,00
7	25	12	85	2,0	0,9	45	45	8	4,0	3,25
8	30	14	90	1,5	1,5	40	40	6	4,5	3,50
9	20	18	55	1,8	1,4	42	55	4	5,0	3,75
0	18	19	50	1,9	1,0	32	50	25	0,5	2,00